

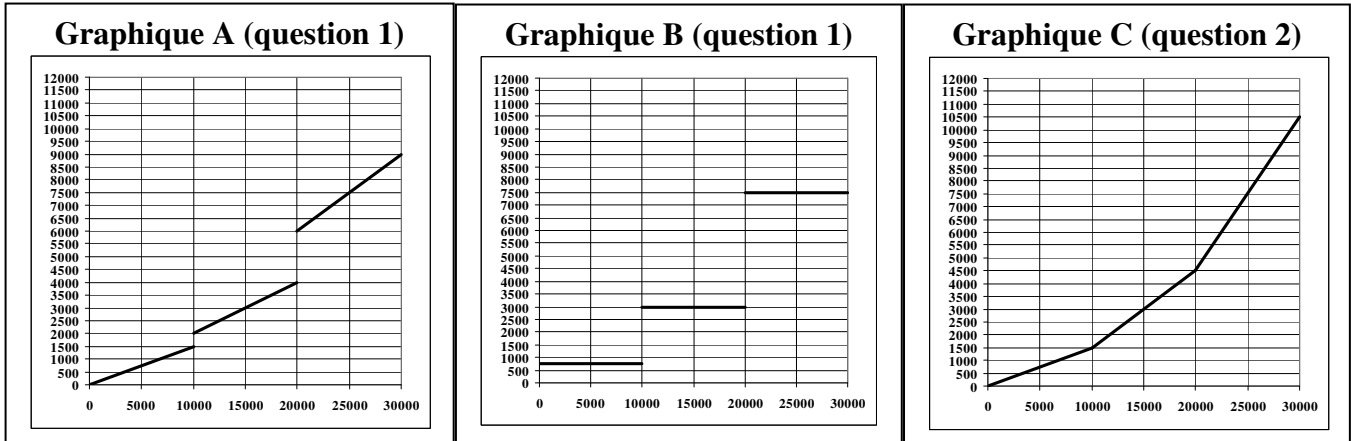
MATHEMATIQUES

Durée : 1 heure
Coefficient : 1

IMPORTANT : Le sujet du concours comporte quatre exercices. Chaque exercice est noté sur 10 points ; vous devez choisir 2 exercices et 2 seulement et les rédiger en indiquant le numéro de l'exercice. Le total des points des deux exercices donnera votre note sur 20 pour cette épreuve. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1

Dans le pays imaginaire de *Pickpock*, le souverain s'est vu proposer, de la part de son ministre des finances, les modes de calcul de l'impôt sur le revenu décrits ci-dessous. Dans chaque cas, le revenu est porté en abscisse et l'impôt correspondant en ordonnée ; l'unité monétaire du pays, fictive elle aussi, est le *pock*. On considère que, dans ce pays, aucun individu n'a un revenu supérieur à 30 000 *pocks*. Dans les trois cas proposés ici, on établit l'impôt selon trois tranches de revenus : $]0;10\,000]$, $]10\,000;20\,000]$, $]20\,000;30\,000]$.



1. On s'intéresse aux graphiques **A** et **B** et à deux modes d'imposition :
 - le mode d'imposition I_1 , qui consiste à définir un impôt constant sur chacune des tranches $]0;10\,000]$, $]10\,000;20\,000]$, $]20\,000;30\,000]$;
 - le mode d'imposition I_2 , qui consiste à définir un taux d'imposition constant sur chacune des tranches $]0;10\,000]$, $]10\,000;20\,000]$, $]20\,000;30\,000]$.
 - a. Indiquer lequel des deux graphiques **A** ou **B** correspond à I_1 et lequel correspond à I_2 .
 - b. Dans le cas du mode d'imposition I_2 , d'après l'observation du graphique, déterminer le taux d'imposition correspondant à chacune des tranches $]0;10\,000]$, $]10\,000;20\,000]$, $]20\,000;30\,000]$.
 - c. Toujours dans le cas du mode d'imposition I_2 , déterminer le montant moyen de l'impôt payé par les individus dont le revenu se situe dans la tranche $]10\,000;20\,000]$.
 - d. Quelle critique principale auriez-vous à faire à propos de chacun de ces deux modes d'imposition ?
2. On s'intéresse au graphique **C** lié au mode d'imposition I_3 , pour lequel les calculs se font de la manière suivante :
 - sur les revenus situés dans la tranche $]0;10\,000]$, on applique un taux d'imposition de 15 % ;
 - si un revenu x est situé dans la tranche $]10\,000;20\,000]$, le taux de 15 % est appliqué aux 10 000 *pocks* correspondant à la première tranche, et un taux de 30 % est appliqué aux $(x - 10\,000)$ *pocks* supplémentaires ;
 - si un revenu x est situé dans la tranche $]20\,000;30\,000]$, le taux de 15 % est appliqué aux 10 000 *pocks* correspondant à la première tranche, le taux de 30 % aux 10 000 *pocks* correspondant à la deuxième tranche, et un taux de 60 % est appliqué aux $(x - 20\,000)$ *pocks* supplémentaires.

f désigne la fonction qui, à tout revenu x , associe l'impôt correspondant $f(x)$.

 - a. Déterminer, pour chacun des intervalles $]0;10\,000]$, $]10\,000;20\,000]$, $]20\,000;30\,000]$, l'expression de $f(x)$ en fonction de x .
 - b. Déterminer, par le calcul, le montant de l'impôt à payer pour un revenu de 15 000 *pocks*.
 - c. Déterminer, par le calcul, la valeur du revenu x pour lequel le montant de l'impôt à payer est de 8 000 *pocks*.
3. Si vous étiez le souverain du pays de *Pickpock*, quel mode d'imposition I_1 , I_2 ou I_3 choisiriez vous ? Argumentez votre choix.

Exercice 2

Dans le cadre d'une opération commerciale à l'occasion des fêtes de fin d'année, les commerçants d'une rue avaient donné la possibilité à leurs clients de régler leurs achats en francs ou en euros.

Il y eut durant cette opération 2 400 clients qui achetèrent dans les boutiques de cette rue.

Une étude statistique a donné les résultats suivants :

- 615 clients ont réglé leurs achats en euros ;
- 10 % du montant des achats, convertis si nécessaire en euros, étaient d'un montant compris entre 200 et 500 euros ;
- 30 % des clients avaient moins de 30 ans ;
- 250 personnes avaient plus de 70 ans et 94 % d'entre elles ont payé leurs achats en francs ;
- 65 % des achats étaient, après conversion éventuelle, d'un montant inférieur à 50 euros ;
- 80 % des clients ayant payé en euros étaient âgés de moins de 30 ans.

1. Calculer :

- a. le nombre de clients de moins de 30 ans ;
- b. le nombre de clients de plus de 70 ans ayant réglé en euros ;
- c. le nombre de clients ayant réglé en euros et âgés de moins de 30 ans.

2. Recopier et compléter le tableau suivant :

	nombre de clients ayant payé en francs	nombre de clients ayant payé en euros	totaux
moins de 30 ans			
30 à 70 ans			
plus de 70 ans			
totaux			

3. On a de plus constaté qu'aucun achat n'était supérieur à 500 euros.

a. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Montant en euros	fréquence
$[0;50[$	

b. Construire l'histogramme de cette série statistique.

c. Calculer le montant moyen d'un achat durant cette opération commerciale.

Exercice 3

L'entreprise Kinétoi a fabriqué 20 000 aspirateurs du modèle Aspirotou en 2006. Avec l'intention de faire évoluer la gamme, elle réduit progressivement cette production de 2 500 pièces par an jusqu'à ce qu'elle devienne nulle.

1. On note u_0 le nombre d'Aspirotou produits en 2006, et u_n le nombre d'Aspirotou produits en l'année $(2006 + n)$.
 - a. Calculer u_1 et u_2 .
 - b. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
 - c. Exprimer u_n en fonction de n .
 - d. Déterminer le nombre d'Aspirotou qui seront fabriqués du 1^{er} janvier 2006 au 31 décembre 2014.
2. Dès 2006, l'entreprise lance la fabrication du modèle Aspirplus. 11 000 aspirateurs de ce modèle ont été fabriqués en 2006. La production d'Aspirplus augmente de 8 % chaque année. On note v_n le nombre d'Aspirplus produits en l'année $(2006 + n)$. **On arrondira les résultats numériques à l'unité près.**
 - a. Calculer v_1 et v_2 .
 - b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n . Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
 - c. Exprimer v_n en fonction de n .
 - d. Calculer la production de l'année 2014.
 - e. Déterminer le nombre total d'Aspirplus qui auront été produits du 1^{er} janvier 2006 au 31 décembre 2014.

Exercice 4

En France, le taux de TVA pratiqué sur de nombreux produits est de 19,6 %. Dans l'exercice qui suit, nous considérerons, pour simplifier les calculs, que ce taux est à 20 %.

1. Dans l'hypothèse d'un taux de TVA à 20 % ;
 - a. Calculer le prix TTC (Toutes Charges Comprises) d'un article dont le prix HT (Hors Taxes) est de 80 €.
 - b. Calculer le prix HT d'un article dont le prix TTC est de 180 €.
2. Récemment, le gouvernement s'est posé la question d'augmenter de 5 points le taux de TVA, ceci dans le but de pouvoir alléger les charges des entreprises. Dans l'hypothèse où le taux de TVA passerait de 20 % à 25 % ;
 - a. Déterminer le prix HT d'un produit que l'on payerait 200 € avec une TVA à ce taux de 25 %. Déterminer ensuite le prix TTC qu'il aurait coûté avec une TVA à 20 %.
 - b. Les prix subiraient-ils une augmentation de 5 % ? Sinon, quelle serait, en pourcentage, l'augmentation observée ?
 - c. Le gouvernement souhaiterait que les fabricants fassent un effort pour que le passage du taux de TVA de 20 % à 25 % ne provoque pas d'inflation. Quelle devrait être, en pourcentage, la diminution des prix HT pour que les prix TTC restent inchangés lors de cette modification du taux de TVA.
3. Les fabricants annoncent que, à condition de voir leurs charges réduites, ils sont prêts à faire en sorte que les prix HT baissent de 7 %.
 - a. Déterminer le nombre de points dont le gouvernement peut augmenter le taux de TVA pour que les prix TTC restent les mêmes qu'avant.
 - b. Si, les prix HT baissant de 7 %, le gouvernement fait passer le taux de TVA de 20 % à 27 %, déterminer de combien, en pourcentage, les prix TTC auront baissé.